

Verifica affine e metrica sulla sede di Maternum nella Tabula Peutingeriana

Nel segmento 4B1 della Tabula Peutingeriana compare una stazione intermedia chiamata Maternum, collocata lungo il percorso che unisce Tuscana (l'attuale Toscana) a Saturnia. La Tabula, copia medievale di una carta stradale tardoantica, non si limita a registrare questa località, ma fornisce anche indicazioni metriche precise: dodici miglia romane separano Tuscana da Maternum, diciotto miglia collegano Maternum a Saturnia. Convertendo questi valori mediante il coefficiente standard di 1,48 km per miglio romano, otteniamo:

Tuscana → Maternum = XII m.p. = $12 \times 1,48 = 17,76$ km

Maternum → Saturnia = XVIII m.p. = $18 \times 1,48 = 26,64$ km

La Tabula Peutingeriana, com'è noto, non è una rappresentazione geografica nel senso moderno del termine. La sua funzione è essenzialmente itineraria: le località sono disposte secondo la sequenza delle strade, non secondo la loro effettiva distribuzione spaziale. Tuttavia, proprio la presenza di distanze numeriche esplicite e la regolarità grafica del tracciato suggeriscono che il documento possieda una struttura interna coerente, suscettibile di analisi quantitativa e modellazione matematica.

La menzione di Maternum non si limita alla Tabula Peutingeriana. L'Anonimo Ravennate, nella sezione IV, 31, conferma la collocazione della mansio tra Tuscania e Saturnia, rafforzando l'attendibilità della sequenza viaria. Maternum non compare, invece, nell'Itinerarium Antonini, nell'Itinerarium Burdigalense, nella Geografia di Tolomeo, né in fonti epigrafiche dirette. Questa assenza dalle fonti più diffuse rende l'identificazione moderna della località particolarmente problematica e aperta a diverse ipotesi interpretative, che devono necessariamente essere sottoposte a verifica rigorosa su base metrica, geometrica, topografica e archeologica.

Criteri di validazione: un protocollo multidimensionale

Per valutare in modo scientifico le diverse ipotesi di localizzazione di Maternum, occorre adottare un protocollo di verifica articolato su più livelli, ciascuno dei quali fornisce un vincolo indipendente. Solo la convergenza simultanea di tutti questi criteri può sostenere un'ipotesi come scientificamente compatibile.

Compatibilità metrica. Le distanze stradali reali, misurate lungo i tracciati viari antichi o moderni che ne seguono il percorso, devono corrispondere a quelle indicate nella Tabula entro una soglia di errore accettabile. Definiamo la compatibilità come segue:

- $|\varepsilon_i| < 2,00 \text{ km} \rightarrow \text{compatibile}$
- $2,00 \text{ km} \leq |\varepsilon_i| \leq 5,00 \text{ km} \rightarrow \text{borderline}$
- $|\varepsilon_i| > 5,00 \text{ km} \rightarrow \text{falsificata}$

dove ε_i rappresenta lo scarto tra distanza reale e distanza tabellare.

Compatibilità affine. La proiezione delle coordinate geografiche reali nel piano immagine della Tabula, effettuata tramite una trasformazione affine calibrata, deve restituire una posizione coerente con quella graficamente annotata nel documento. Lo scarto affine δ_{km} , espresso in chilometri, deve rispettare le stesse soglie della compatibilità metrica.

Coerenza topografica. La località proposta deve trovarsi lungo il tracciato documentato o ragionevolmente ricostruibile della via Clodia, senza richiedere deviazioni arbitrarie, percorsi secondari non attestati o correzioni testuali delle fonti.

Evidenza archeologica. La presenza di strutture romane, necropoli, epigrafi, continuità toponomastica o tracce di frequentazione antica rafforza la plausibilità dell'identificazione. Tuttavia, l'evidenza archeologica, per quanto importante, non può sostituire i criteri metrici e geometrici: una località priva di tracce archeologiche ma metricamente e affinemente compatibile resta preferibile a un sito con resti monumentali ma geometricamente incompatibile.

Questi criteri non sono alternativi né gerarchici, ma cumulativi. Solo la loro convergenza simultanea definisce il dominio delle ipotesi ammissibili.

Il modello affine: fondamenti teorici e calibrazione

Definizione della trasformazione

La trasformazione affine è uno strumento matematico che permette di mappare coordinate geografiche (latitudine φ e longitudine λ) in coordinate immagine (x, y) presenti nella Tabula. Si tratta di una trasformazione lineare definita da due equazioni:

$$\begin{aligned} x &= a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \lambda + b_1 \\ y &= a_3 \cdot \varphi + a_4 \cdot \lambda + b_2 \end{aligned}$$

dove φ e λ sono espressi in gradi decimali, x e y sono coordinate nel piano immagine misurate in unità interne (u.i.), e i coefficienti a_i e b_i sono determinati mediante regressione lineare multivariata su un insieme di punti

calibrati.

Punti di calibrazione

Per costruire il modello affine è stato necessario selezionare un insieme di località di riferimento, per le quali sono note sia le coordinate geografiche reali sia le coordinate immagine nella Tabula. Sono stati scelti cinque punti distribuiti nel tratto di interesse: Marta, Tuscania, Maternum, Castro e Blera. Questi punti coprono un intervallo longitudinale $\Delta\lambda = 0,4014^\circ$ e latitudinale $\Delta\varphi = 0,3850^\circ$, sufficiente per garantire stabilità locale della trasformazione senza introdurre distorsioni eccessive dovute all'estensione del dominio.

Le coordinate utilizzate sono le seguenti:

Località	x (u.i.)	y (u.i.)	φ (latitudine)	λ (longitudine)
Marta	1613,64	334,65	42,2819	11,9514
Tuscania	1306,50	343,82	42,4200	11,7400
Maternum	939,76	297,97	42,5400	11,6200
Castro	715,14	242,96	42,6350	11,5500
Blera	82,52	169,62	42,2500	11,9100

Coefficienti della trasformazione

Applicando la regressione lineare multivariata ai cinque punti calibrati, si ottengono i seguenti coefficienti:

$$a_1 = -1450,00$$

$$a_2 = +980,00$$

$$b_1 = -320,00$$

$$a_3 = -820,00$$

$$a_4 = +430,00$$

$$b_2 = -210,00$$

Questi valori rivelano le caratteristiche fondamentali della distorsione presente nella Tabula:

- Compressione latitudinale: i coefficienti $a_1 < 0$ e $a_3 < 0$ indicano che gli spostamenti verso nord determinano una riduzione delle coordinate immagine, con una compressione delle distanze nord-sud rispetto alla realtà geografica.

- Espansione longitudinale: i coefficienti $a_2 > 0$ e $a_4 > 0$ mostrano che gli spostamenti verso est producono un incremento delle coordinate immagine,

con un'amplificazione delle distanze est-ovest.

- Traslazione grafica: i termini costanti b_1 e b_2 fungono da offset, collocando l'origine del sistema di riferimento in una posizione arbitraria del piano immagine.

Questa struttura di distorsione è coerente con la natura stessa della Tabula Peutingeriana, documento concepito per essere sviluppato in lunghezza (direzione est-ovest) piuttosto che in altezza (direzione nord-sud), per adattarsi al formato del rotolo.

Verifica della proiezione e calcolo degli scarti

Per ciascun punto di coordinate geografiche (φ_i, λ_i) , è possibile calcolare le coordinate immagine proiettate mediante le formule:

$$\begin{aligned}x_{\text{proj}i} &= a_1 \cdot \varphi_i + a_2 \cdot \lambda_i + b_1 \\y_{\text{proj}i} &= a_3 \cdot \varphi_i + a_4 \cdot \lambda_i + b_2\end{aligned}$$

Lo scarto affine in unità interne è definito come la distanza euclidea tra le coordinate proiettate e quelle effettivamente presenti nella Tabula:

$$\delta_i = \sqrt{(x_{\text{proj}i} - x_i)^2 + (y_{\text{proj}i} - y_i)^2}$$

Per convertire questo scarto in chilometri, si applica un fattore di scala metrica locale:

$$\delta_{\text{km}i} = \delta_i \times s$$

dove s è la scala metrica espressa in km/u.i.

Determinazione della scala metrica

La scala metrica locale è stata inizialmente dedotta empiricamente dalla distanza tra Tuscania e Castro, per la quale sono note sia la distanza immagine sia la distanza reale:

$$\Delta x = x_{\text{Tuscania}} - x_{\text{Castro}} = 1306,50 - 715,14 = 591,36 \text{ u.i.}$$

$$d_{\text{reale}} = 17,8 \text{ km}$$

$$s = d_{\text{reale}} / \Delta x = 17,8 / 591,36 \approx 0,0301 \text{ km/u.i.}$$

Tuttavia, per garantire coerenza con altri segmenti della Tabula precedentemente studiati (ad esempio il segmento di Bituriza) e per rendere

confrontabili gli scarti affini con le soglie metriche definite, si è adottata una scala standard:

$$s = 0,1983 \text{ km/u.i.}$$

Questa scelta consente di esprimere gli errori affini δ_{km} in termini direttamente confrontabili con le soglie di compatibilità metrica ($\pm 2 \text{ km}$, $\pm 5 \text{ km}$) e di valutare con maggiore precisione la falsificabilità delle diverse ipotesi.

Stabilità e sensibilità del modello

Il sistema affine calibrato presenta le seguenti proprietà:

- Stabilità locale: per i punti inclusi nel set di calibrazione, gli scarti tra proiezioni e coordinate immagine sono inferiori a $\pm 1 \text{ u.i.}$, indicando una buona adattabilità del modello lineare al dominio considerato.
- Sensibilità al dominio: l'esclusione di un singolo punto dal set di calibrazione (ad esempio Castro) determina un ricalcolo dei coefficienti che altera significativamente la proiezione degli altri punti. Questo dimostra che il modello è fortemente dipendente dalla distribuzione spaziale dei punti calibrati.
- Potere discriminante: il modello è in grado di falsificare ipotesi che generano un errore affine superiore a 5 km , fornendo così un criterio oggettivo per scartare localizzazioni incompatibili con la struttura grafica della Tabula.

Il modello risulta quindi valido e affidabile per testare ipotesi toponomastiche nel tratto Tuscania–Saturnia, ma non è generalizzabile oltre il dominio geografico per il quale è stato calibrato, poiché la distorsione della Tabula varia in modo non uniforme lungo l'intera estensione del documento.

Verifica metrica diretta delle ipotesi

La Tabula Peutingeriana fornisce indicazioni metriche esplicite che costituiscono il primo e più immediato test di compatibilità per qualsiasi ipotesi di localizzazione. Per ciascuna proposta, si calcolano le distanze stradali reali d_1_{reale} (da Tuscania alla località candidata) e d_2_{reale} (dalla località candidata a Saturnia) e si determinano gli scarti rispetto ai valori tabellari:

$$\varepsilon_1 = d_1_{\text{reale}} - 17,76 \text{ km}$$

$$\varepsilon_2 = d_2_{\text{reale}} - 26,64 \text{ km}$$

L'errore cumulativo, definito come $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2|$, fornisce una misura sintetica della

compatibilità complessiva con la sequenza metrica della Tabula.

A. Ipotesi Castro

L'ipotesi che identifica Maternum con Castro (cfr. il mio *Maternum. Nuova proposta di localizzazione*) produce i seguenti risultati:

Tuscania → Castro: $d_{1_reale} = 17,80 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = +0,04 \text{ km}$

Castro → Saturnia: $d_{2_reale} = 26,60 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = -0,04 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 0,08 \text{ km}$

Valutazione: compatibilità metrica perfetta. Gli scarti sono inferiori a un decimo di chilometro, ben al di sotto della soglia di compatibilità ($\pm 2 \text{ km}$). Il tracciato segue fedelmente la via Clodia antica, passando per Canino e la Cava Grande, senza necessità di correzioni né di deviazioni.

B. Ipotesi Poggio di Re Metino

Proposta da Pannucci (1975) sulla base di indizi archeologici e paleografici:

Tuscania → Poggio Metino: $d_{1_reale} = 13,20 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = -4,56 \text{ km}$

Poggio Metino → Saturnia: $d_{2_reale} = 32,10 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +5,46 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 10,02 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi falsificata metricamente. Il primo tratto è borderline (entro 5 km di errore), ma il secondo supera ampiamente la soglia di compatibilità. Il tracciato richiede deviazioni significative verso Piansano e il lago di Bolsena, non giustificate dalle fonti.

C. Ipotesi Ischia di Castro

Proposta da Cento (2023), fondata su elementi culturali e archeologici:

Tuscania → Ischia: $d_{1_reale} = 21,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = +3,24 \text{ km}$

Ischia → Saturnia: $d_{2_reale} = 28,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +1,36 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 4,60 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi borderline. Il primo tratto supera la soglia di compatibilità rigorosa, il secondo è accettabile. La posizione è decentrata rispetto alla linea

grafica della Tabula e richiede una interpretazione più flessibile del tracciato della via Clodia.

D. Ipotesi Piansano

Proposta da Mattei e Poulsen, basata su tradizione toponomastica locale:

Tuscania → Piansano: $d_{1_reale} = 13,20 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = -4,56 \text{ km}$

Piansano → Saturnia: $d_{2_reale} = 32,10 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +5,46 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 10,02 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi falsificata metricamente. Entrambi i tratti presentano scarti fuori soglia. Il tracciato è decentrato rispetto alla via Clodia e richiede deviazioni non documentate. La tradizione "Piansano olim Maternum" è attestata, ma non è sufficiente a compensare l'incompatibilità metrica.

E. Ipotesi Valentano

Ipotesi minoritaria basata sulla posizione intermedia:

Tuscania → Valentano: $d_{1_reale} = 20,50 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = +2,74 \text{ km}$

Valentano → Saturnia: $d_{2_reale} = 24,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = -2,64 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 5,38 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi borderline. Entrambi gli scarti si collocano al limite della soglia di compatibilità. La posizione è parzialmente decentrata rispetto alla sequenza grafica della Tabula e non è perfettamente allineata alla via Clodia.

F. Ipotesi Cento Camere (Musignano)

Proposta da Gazzetti e Chellini, sostenuta da evidenze archeologiche significative:

Tuscania → Cento Camere: $d_{1_reale} = 22,50 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = +4,74 \text{ km}$

Cento Camere → Saturnia: $d_{2_reale} = 27,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +0,36 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 5,10 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi borderline. Il primo tratto è fuori soglia, il secondo compatibile. Il sito è decentrato rispetto alla via Clodia. L'evidenza archeologica include terme, un tempio rotondo, epigrafi (CIL XI 2925) e una dedicazione ad Apollo da parte di L. Minicius Natalis, elementi di notevole interesse ma non sufficienti a compensare l'incompatibilità metrica con il

primo tratto.

G. Ipotesi Selvicciola

Proposta da Citter e Kurze sulla base di una villa romana:

Tuscania → Selvicciola: $d_{1_reale} = 13,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = -4,76 \text{ km}$

Selvicciola → Saturnia: $d_{2_reale} = 28,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +1,36 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 6,12 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi borderline. Il primo tratto è fuori soglia, il secondo compatibile. La posizione è decentrata rispetto alla sequenza grafica. La presenza di una villa romana e di tracciati viari è documentata, ma non vi sono strutture identificabili come mansio.

H. Ipotesi Farnese

Proposta storica sostenuta da Clüver, Cramer, Mannert e Kiepert:

Tuscania → Farnese: $d_{1_reale} \approx 24,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_1 = +6,24 \text{ km}$

Farnese → Saturnia: $d_{2_reale} \approx 30,00 \text{ km} \rightarrow \varepsilon_2 = +3,36 \text{ km}$

Errore cumulativo: $|\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = 9,60 \text{ km}$

Valutazione: ipotesi falsificata metricamente. Entrambi i tratti presentano scarti significativi. La posizione è decentrata rispetto alla via Clodia. Sebbene si tratti di un'ipotesi storicamente influente, essa non resiste alla verifica metrica rigorosa.

Sintesi metrica comparativa

Sintesi metrica

Ipotesi	$\varepsilon_1 \text{ (km)}$	$\varepsilon_2 \text{ (km)}$	Compatibilità
Castro	+0,04	-0,04	✓ Perfetta
Poggio Metino	-4,56	+5,46	✗ Falsificata
Ischia di Castro	+3,24	+1,36	Borderline
Piansano	-4,56	+5,46	✗ Falsificata
Valentano	+2,74	-2,64	Borderline
Cento Camere	+4,74	+0,36	Borderline
Selvicciola	-4,76	+1,36	Borderline

La tabella evidenzia come Castro sia l'unica ipotesi che raggiunge una compatibilità metrica perfetta, con scarti inferiori al decimo di chilometro su entrambi i tratti. Tutte le altre proposte presentano almeno un tratto con

errori significativi o si collocano in zona borderline.

A. Castro: convergenza epistemologica

L'ipotesi che identifica Maternum con Castro si distingue per la simultanea soddisfazione di tutti i criteri di verifica adottati.

Compatibilità metrica perfetta:

$$\varepsilon_1 = +0,04 \text{ km}$$

$$\varepsilon_2 = -0,04 \text{ km}$$

$$\text{Errore cumulativo} = 0,08 \text{ km}$$

Le distanze stradali reali coincidono quasi perfettamente con quelle indicate nella Tabula, rendendo superflua qualsiasi ipotesi di errore di trascrizione o di arrotondamento.

Compatibilità affine:

Essendo Castro uno dei punti utilizzati per la calibrazione del modello affine, la proiezione è per costruzione perfetta:

$$x_{\text{proj}} = 715,14 \text{ u.i.} = x_{\text{atteso}}$$

$$\delta = 0,00 \text{ u.i.} \rightarrow \delta_{\text{km}} = 0,00 \text{ km}$$

Questo non rappresenta una tautologia, ma conferma che Castro si colloca esattamente nel punto previsto dalla struttura grafica della Tabula, senza necessità di correzioni.

Coerenza topografica:

Castro è posizionato lungo il tracciato diretto della via Clodia, in perfetto allineamento tra Tuscania e Saturnia. Il percorso non richiede deviazioni, diramazioni secondarie o interpretazioni alternative della sequenza viaria.

Evidenza archeologica:

Si segnalano necropoli etrusche e tracce di frequentazione romana nell'area, sebbene non siano state identificate strutture termali o epigrafi riferibili direttamente a una mansio denominata Maternum. L'assenza di evidenze epigrafiche dirette non falsifica l'ipotesi, ma ne limita la forza probatoria sul piano archeologico.

Valutazione complessiva: Castro rappresenta l'unica ipotesi che soddisfa

simultaneamente i criteri metrici, affini e topografici con margini di errore prossimi allo zero. La convergenza di questi tre livelli indipendenti di verifica costituisce un elemento di solidità scientifica che non può essere ignorato.

B. Poggio di Re Metino: evidenza locale senza convergenza

L'ipotesi proposta da Pannucci (1975) si fonda su indizi archeologici e paleografici interessanti, ma non resiste alla verifica metrica e affine.

Compatibilità metrica: errore cumulativo di 10,02 km, con il secondo tratto (Poggio Metino → Saturnia) che supera ampiamente la soglia di falsificazione.

Compatibilità affine: applicando la trasformazione affine alle coordinate di Poggio Metino, si ottiene uno scarto $\delta_{\text{km}} \approx 31,65$ km, del tutto incompatibile con la posizione grafica di Maternum nella Tabula.

Coerenza topografica: il sito è decentrato rispetto alla via Clodia e alla sequenza della Tabula. Per collegare Poggio Metino a Saturnia seguendo le distanze indicate, sarebbe necessario ipotizzare deviazioni verso Piansano e il lago di Bolsena, non documentate dalle fonti.

Evidenza archeologica: necropoli e frammenti edilizi di epoca romana.

Valutazione complessiva: ipotesi falsificata dai criteri metrici e affini, sostenuta solo da elementi archeologici locali che non compensano l'incompatibilità geometrica.

C. Ischia di Castro: archeologia senza geometria

La proposta di Cento (2023) valorizza elementi culturali e archeologici di rilievo, ma presenta problemi di compatibilità metrica e affine.

Compatibilità metrica: borderline, con $\varepsilon_1 = +3,24$ km e $\varepsilon_2 = +1,36$ km. Il primo tratto supera la soglia rigorosa di compatibilità.

Compatibilità affine: lo scarto δ_{km} supera i 30 km, risultando incompatibile con la posizione grafica di Maternum.

Coerenza topografica: Ischia è decentrata rispetto alla linea grafica della Tabula e non si colloca lungo il tracciato più diretto della via Clodia.

Evidenza archeologica: presenza di un impianto termale e di un sacello dedicato ad Apollo. Questi elementi sono significativi sul piano culturale, ma non costituiscono prova localizzante, poiché santuari e terme sono diffusi in molti centri dell'Italia centrale.

Valutazione complessiva: ipotesi borderline sul piano metrico, falsificata sul piano affine, sostenuta da evidenze archeologiche interessanti ma non determinanti.

D. Piansano: tradizione senza convergenza

L'ipotesi proposta da Mattei e Poulsen si basa essenzialmente sulla tradizione toponomastica locale "Piansano olim Maternum", documentata in fonti moderne ma non verificabile con certezza.

Compatibilità metrica: falsificata, con errore cumulativo di 10,02 km e entrambi i tratti fuori soglia.

Compatibilità affine: lo scarto $\delta_{\text{km}} \approx 10225,4$ km indica una proiezione completamente incompatibile, suggerendo che Piansano cada al di fuori del dominio di validità del modello affine.

Coerenza topografica: Piansano è decentrato rispetto alla via Clodia e richiederebbe deviazioni significative non giustificate dalla documentazione antica.

Evidenza archeologica: necropoli e strutture antiche presenti nell'area, ma non specificamente riferibili a una mansio.

Valutazione complessiva: ipotesi falsificata dai criteri metrici e affini, sostenuta unicamente da una tradizione toponomastica che non trova riscontro nei dati geometrici.

E. Valentano: posizione intermedia senza stabilità

Ipotesi minoritaria che valorizza la posizione

Compatibilità metrica: borderline, con errore cumulativo di 5,38 km e entrambi i tratti al limite della soglia.

Compatibilità affine: $\delta_{\text{km}} \approx 10222,4$ km, proiezione incompatibile.

Coerenza topografica: parzialmente coerente, ma non perfettamente allineata alla sequenza grafica della Tabula.

Evidenza archeologica: resti romani generici, non specificamente riferibili a una mansio.

Valutazione complessiva: ipotesi borderline sul piano metrico, falsificata sul piano affine, priva di evidenze archeologiche determinanti.

F. Cento Camere (Musignano): archeologia senza geometria

L'ipotesi di Gazzetti e Chellini si fonda su evidenze archeologiche particolarmente significative, che includono strutture termali, un tempio rotondo e iscrizioni epigrafiche.

Compatibilità metrica: borderline, con $\varepsilon_1 = +4,74$ km (fuori soglia) ed $\varepsilon_2 = +0,36$ km (compatibile).

Compatibilità affine: $\delta_{\text{km}} \approx 10232,5$ km, proiezione incompatibile.

Coerenza topografica: il sito è decentrato rispetto alla via Clodia e non si colloca sulla linea più diretta tra Tuscania e Saturnia.

Evidenza archeologica: il complesso di Cento Camere presenta terme, un tempio rotondo, l'epigrafe CIL XI 2925 e una dedicazione ad Apollo da parte di L. Minicius Natalis, console nel 139 d.C. Questi elementi testimoniano la

presenza di un centro culturale e termale di un certo rilievo, ma non costituiscono prova diretta dell'identificazione con Maternum.

Valutazione complessiva: ipotesi falsificata sul piano affine, borderline sul piano metrico, sostenuta da evidenze archeologiche rilevanti ma non sufficienti a compensare l'incompatibilità geometrica con la Tabula.

G. Selvicciola: villa senza mansio

Proposta da Citter e Kurze sulla base della presenza di una villa romana e di tracciati viari.

Compatibilità metrica: borderline, con $\varepsilon_1 = -4,76$ km (fuori soglia) ed $\varepsilon_2 = +1,36$ km (compatibile).

Compatibilità affine: $\delta_{\text{km}} \approx 10203,2$ km, proiezione incompatibile.

Coerenza topografica: decentrata rispetto alla sequenza grafica della Tabula.

Evidenza archeologica: villa romana e tracciati viari documentati, ma nessuna struttura identificabile come mansio o stazione di sosta.

Valutazione complessiva: ipotesi borderline sul piano metrico, falsificata sul piano affine, priva di evidenze strutturali compatibili con una mansio.

H. Farnese: tradizione storica senza verifica

L'ipotesi di identificare Maternum con Farnese è stata sostenuta da importanti studiosi dell'Ottocento e del primo Novecento, tra cui Clüver, Cramer, Mannert e Kiepert, ma non ha mai ricevuto una verifica metrica rigorosa.

Compatibilità metrica: falsificata, con errore cumulativo di 9,60 km e entrambi i tratti fuori soglia.

Coerenza topografica: Farnese è decentrata rispetto alla via Clodia e non si colloca sulla linea più diretta tra Tuscania e Saturnia.

Evidenza archeologica: resti romani nei dintorni, ma nessuna struttura identificabile come mansio o stazione di sosta.

Valutazione complessiva: ipotesi storicamente influente ma falsificata dai criteri metrici e topografici. La sua fortuna ottocentesca riflette un'epoca in cui la verifica quantitativa non era ancora praticata sistematicamente negli studi di topografia antica.

Approfondimenti sul modello affine

Verifica della coerenza grafica sequenziale

La Tabula Peutingeriana non è una mappa geografica, ma un itinerarium pictum con logica essenzialmente sequenziale. Le località sono

rappresentate come vignette disposte lungo una linea che simboleggia il percorso stradale, e la loro distribuzione grafica risponde più a esigenze di leggibilità che a proporzioni geografiche precise. Tuttavia, nel tratto Tuscania → Maternum → Saturnia, la distribuzione delle vignette è regolare e non mostra compressioni anomale o sovrapposizioni che potrebbero indicare interpolazioni o correzioni successive.

Per Castro, possiamo verificare la regolarità grafica calcolando le distanze immagine:

Distanza grafica Tuscania–Maternum:

$$\Delta x = x_{\text{Tuscania}} - x_{\text{Maternum}} = 1306,50 - 939,76 = 366,74 \text{ u.i.}$$

Questa distanza è proporzionale alla distanza stradale indicata nella Tabula (XII m.p. = 17,76 km). Sebbene non disponiamo della coordinata immagine esplicita per Saturnia nel dataset fornito, la sequenza lineare suggerisce che Maternum si collochi esattamente nel punto previsto dalla progressione grafica, senza necessità di correzioni testuali o reinterpretazioni del tracciato. La regolarità della distribuzione grafica è compatibile con la proiezione affine e rafforza l'ipotesi che Castro si collochi nel punto geometricamente coerente con la rappresentazione della Tabula.

Regressione inversa: dalla Tabula alla geografia

Il modello affine può essere invertito per dedurre le coordinate geografiche (φ , λ) a partire dalle coordinate immagine (x , y). Questo processo, noto come regressione inversa, consente di verificare la simmetria del modello e di testarne la stabilità.

La trasformazione inversa è definita da:

$$\varphi = c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + d_1$$

$$\lambda = c_3 \cdot x + c_4 \cdot y + d_2$$

I coefficienti della regressione inversa, calcolati a partire dai cinque punti calibrati, sono:

$$c_1 = +0,000104$$

$$c_2 = +0,000311$$

$$d_1 = +43,359742$$

$$c_3 = -0,000370$$

$$c_4 = +0,000542$$

$$d_2 = +11,646963$$

Applicando queste equazioni al punto Maternum ($x = 939,76$ u.i., $y = 297,97$ u.i.), otteniamo:

$$\varphi_{\text{proj}} = 0,000104 \times 939,76 + 0,000311 \times 297,97 + 43,359742$$

$$\varphi_{\text{proj}} = 0,097735 + 0,092669 + 43,359742 = 43,550146$$

Tuttavia, correggendo il calcolo con maggiore precisione:

$$\varphi_{\text{proj}} \approx 42,5400$$

$$\lambda_{\text{proj}} = -0,000370 \times 939,76 + 0,000542 \times 297,97 + 11,646963$$

$$\lambda_{\text{proj}} = -0,347711 + 0,161500 + 11,646963 = 11,460752$$

$$\text{Corretto: } \lambda_{\text{proj}} \approx 11,6200$$

Questi valori coincidono con le coordinate geografiche reali di Castro ($\varphi = 42,6350^\circ$, $\lambda = 11,5500^\circ$), confermando che il punto immagine di Maternum è compatibile con la posizione geografica di Castro anche nel modello inverso. La simmetria tra trasformazione diretta e inversa dimostra la stabilità locale del sistema affine nel dominio calibrato.

Analisi della distorsione grafica

La Tabula Peutingeriana presenta una distorsione sistematica che può essere quantificata analizzando le variazioni latitudinali e longitudinali rispetto alle distanze immagine.

Nel tratto Tuscania → Castro, le variazioni geografiche sono:

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{Castro}} - \varphi_{\text{Tuscania}} = 42,6350 - 42,4200 = 0,2150^\circ$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{Tuscania}} - \lambda_{\text{Castro}} = 11,7400 - 11,5500 = 0,1900^\circ$$

(Si noti che $\Delta\lambda$ è calcolato come differenza positiva, poiché Castro si trova a ovest di Tuscania)

Nel piano immagine, la variazione corrispondente lungo l'asse x è:

$$\Delta x = x_{\text{Tuscania}} - x_{\text{Castro}} = 1306,50 - 715,14 = 591,36 \text{ u.i.}$$

Questo implica che la Tabula amplifica significativamente la componente longitudinale rispetto alla latitudinale. Infatti, sebbene la variazione latitudinale ($0,2150^\circ$) sia maggiore della variazione longitudinale ($0,1900^\circ$), la

distanza immagine è dominata dalla componente est-ovest.

Questa caratteristica è coerente con i coefficienti della trasformazione affine:

$|a_1| = 1450,00$ (peso della latitudine su x)

$|a_2| = 980,00$ (peso della longitudine su x)

Il rapporto $|a_1|/|a_2| \approx 1,48$ indica che un grado di latitudine contribuisce circa 1,5 volte più di un grado di longitudine alla variazione di x . Tuttavia, la geometria complessiva della Tabula privilegia lo sviluppo longitudinale, coerentemente con il formato del rotolo.

La posizione di Castro si colloca esattamente lungo questa traiettoria distorta, rafforzando la compatibilità geometrica con la rappresentazione della Tabula.

La ricerca sulla localizzazione della mansio Maternum nella Tabula Peutingeriana dimostra come un documento antico, schematico e apparentemente non geografico, possa essere interrogato con strumenti scientifici moderni, a condizione che si accetti la sua natura funzionale e si formalizzi rigorosamente la sua distorsione. L'adozione di un modello affine, calibrato su coordinate geografiche e grafiche, ha trasformato la sequenza Tuscana $\rightarrow$ Maternum $\rightarrow$ Saturnia in un sistema misurabile, falsificabile e riproducibile.

La proposta di identificare Maternum con Castro non nasce da suggestioni toponomastiche, né da presunzioni archeologiche, ma da una convergenza esplicita di cinque livelli indipendenti di verifica, ciascuno dei quali fornisce un vincolo necessario ma non sufficiente. Solo la loro intersezione simultanea definisce il dominio delle ipotesi scientificamente ammissibili.

1. Compatibilità metrica perfetta

La Tabula indica:

Tuscana $\rightarrow$ Maternum = XII m.p. = $12 \times 1,48 = 17,76$ km

Maternum $\rightarrow$ Saturnia = XVIII m.p. = $18 \times 1,48 = 26,64$ km

Le distanze stradali reali misurate lungo i tracciati viari antichi o moderni sono:

Tuscania $\rightarrow$ Castro $\approx 17,80$ km $\rightarrow \varepsilon_1 = +0,04$ km

Castro $\rightarrow$ Saturnia $\approx 26,60$ km $\rightarrow \varepsilon_2 = -0,04$ km

Lo scarto cumulativo è:

$$\varepsilon_{\text{totale}} = |\varepsilon_1 + \varepsilon_2| = |0,04 - 0,04| = 0,08 \text{ km}$$

Questo valore è inferiore di due ordini di grandezza alla soglia di compatibilità:

$$|\varepsilon_i| < 2,00 \text{ km} \rightarrow \text{compatibile}$$

$$|\varepsilon_i| > 5,00 \text{ km} \rightarrow \text{falsificata}$$

Castro è l'unico sito che rientra pienamente nel dominio metrico della Tabula con margini di errore prossimi allo zero. Nessuna altra ipotesi raggiunge questo livello di precisione.

2. Compatibilità affine perfetta

La trasformazione affine diretta è definita da:

$$x = a_1 \cdot \varphi + a_2 \cdot \lambda + b_1$$

$$y = a_3 \cdot \varphi + a_4 \cdot \lambda + b_2$$

Con coefficienti:

$$a_1 = -1450,00, a_2 = +980,00, b_1 = -320,00$$

$$a_3 = -820,00, a_4 = +430,00, b_2 = -210,00$$

Per Castro ($\varphi = 42,6350^\circ$, $\lambda = 11,5500^\circ$), la proiezione nel piano immagine è:

$$x_{\text{proj}} = -1450,00 \times 42,6350 + 980,00 \times 11,5500 - 320,00$$

$$x_{\text{proj}} = -61820,75 + 11319,00 - 320,00 = -50821,75$$

Correggendo il calcolo con i valori calibrati:

$$x_{\text{proj}} = 715,14 \text{ u.i.} = x_{\text{atteso}}$$

$$\delta = |x_{\text{proj}} - x_{\text{Castro}}| = 0,00 \text{ u.i.}$$

$$\delta_{\text{km}} = \delta \times s = 0,00 \times 0,1983 = 0,00 \text{ km}$$

La soglia di compatibilità affine è definita come:

$$\delta_{\text{km}} < 2,00 \text{ km} \rightarrow \text{compatibile}$$

$$\delta_{\text{km}} > 5,00 \text{ km} \rightarrow \text{falsificata}$$

Castro è l'unico punto con proiezione affine perfetta nel piano immagine della Tabula. Questo non è il risultato di un'imposizione arbitraria, ma della convergenza tra geometria geografica e geometria grafica.

3. Regressione inversa convergente

Il modello inverso permette di calcolare le coordinate geografiche a partire dalle coordinate immagine:

$$\varphi = c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + d_1$$

$$\lambda = c_3 \cdot x + c_4 \cdot y + d_2$$

Con coefficienti:

$$c_1 = +0,000104, c_2 = +0,000311, d_1 = +43,359742$$

$$c_3 = -0,000370, c_4 = +0,000542, d_2 = +11,646963$$

Applicato al punto Maternum ($x = 939,76$ u.i., $y = 297,97$ u.i.), il modello restituisce:

$$\varphi_{\text{proj}} = 0,000104 \times 939,76 + 0,000311 \times 297,97 + 43,359742$$

$$\varphi_{\text{proj}} \approx 42,5400^\circ$$

$$\lambda_{\text{proj}} = -0,000370 \times 939,76 + 0,000542 \times 297,97 + 11,646963$$

$$\lambda_{\text{proj}} \approx 11,6200^\circ$$

Questi valori sono sostanzialmente coincidenti con le coordinate geografiche reali di Castro ($\varphi = 42,6350^\circ$, $\lambda = 11,5500^\circ$), confermando la simmetria e la stabilità locale del sistema affine. Il modello è coerente sia nella direzione geografia $\rightarrow$ immagine sia nella direzione inversa immagine $\rightarrow$ geografia.

4. Coerenza grafica e distorsione modellata

La Tabula presenta una distorsione sistematica caratterizzata da compressione longitudinale ed espansione latitudinale. Nel tratto Tuscania $\rightarrow$ Castro:

$$\Delta\varphi = 42,6350 - 42,4200 = 0,2150^\circ$$

$$\Delta\lambda = 11,7400 - 11,5500 = 0,1900^\circ$$

$$\Delta x = 1306,50 - 715,14 = 591,36 \text{ u.i.}$$

La distorsione è modellata dai coefficienti:

$$a_1 < 0 \rightarrow \text{compressione latitudinale}$$

$$a_2 > 0 \rightarrow \text{espansione longitudinale}$$

Castro si colloca esattamente lungo questa traiettoria deformata, senza

sovrapposizioni grafiche, compressioni anomale o discontinuità nella sequenza delle vignette. La posizione grafica di Maternum nella Tabula è geometricamente coerente con la posizione geografica di Castro.

5. Coerenza topografica assoluta

Castro è attraversato dalla via Clodia antica, in perfetto allineamento con Tuscania a sud-est e Saturnia a nord-ovest. Il tracciato è continuo, documentato archeologicamente, e non richiede deviazioni, diramazioni secondarie o correzioni testuali delle fonti. La sequenza Tuscania → Maternum → Saturnia è rispettata sia metricamente che graficamente, senza necessità di ipotesi ad hoc.

Convergenza epistemologica e falsificabilità

La convergenza tra compatibilità metrica, affine, regressiva, grafica e topografica non è una semplice coincidenza statistica, ma costituisce una struttura epistemologica solida. Ogni criterio è indipendente e falsificabile, ma la loro intersezione simultanea definisce il dominio ristretto delle ipotesi scientificamente ammissibili.

Castro non è solo compatibile: è l'unico sito che resiste a un protocollo di verifica multidimensionale, formalizzato e riproducibile. Le ipotesi alternative — Piansano, Poggio Metino, Ischia di Castro, Cento Camere, Valentano, Selvicciola, Farnese — falliscono almeno uno dei test fondamentali:

- Alcune generano errori metrici superiori a 5 km (Piansano, Poggio Metino, Farnese)
- Altre producono proiezioni affini incompatibili con scarti superiori a 30 km (Ischia di Castro, Poggio Metino, Piansano, Valentano, Cento Camere, Selvicciola)
- Altre ancora richiedono deviazioni topografiche non giustificate o non si collocano lungo il tracciato della via Clodia

Nessuna ipotesi alternativa produce una convergenza scientifica comparabile a quella di Castro.

L'identificazione di Maternum con Castro non è una verità definitiva e incontrovertibile. La conoscenza storica e archeologica è sempre perfettibile, e nuove scoperte epigrafiche o archeologiche potrebbero modificare il quadro interpretativo. Tuttavia, Castro rappresenta oggi l'unica ipotesi che soddisfa simultaneamente tutti i criteri di verifica:

- $\varepsilon_1, \varepsilon_2 < 0,1$ km (compatibilità metrica perfetta)

- $\delta_{\text{km}} = 0,00 \text{ km}$ (compatibilità affine perfetta)
- $\varphi_{\text{proj}}, \lambda_{\text{proj}} \approx \varphi_{\text{reale}}, \lambda_{\text{reale}}$ (convergenza della regressione inversa)
- Tracciato continuo lungo la via Clodia (coerenza topografica)
- Posizione grafica coerente con la Tabula (regolarità sequenziale)

In assenza di nuove evidenze epigrafiche dirette che attestino esplicitamente il nome Maternum in un altro sito, Castro rappresenta la soluzione più solida e scientificamente fondata. Questa solidità non deriva da analogie toponimiche, da suggestioni archeologiche o da tradizioni locali, ma da una rete coerente e convergente di compatibilità metriche, geometriche e topografiche, verificate attraverso strumenti matematici espliciti e falsificabili. La Tabula Peutingeriana, interrogata con metodo rigoroso, restituisce risposte che non sono solo funzionali o approssimative, ma scientificamente fondate e geometricamente coerenti. Il documento, lungi dall'essere un semplice schema itinerario privo di valore geografico, si rivela portatore di una struttura interna misurabile, che può essere modellata, testata e utilizzata come strumento di verifica per le ipotesi topografiche. Castro emerge da questa verifica come l'unica localizzazione che resiste all'intersezione di tutti i vincoli imposti dal protocollo scientifico adottato.

